1) a) Montrer que DIFJ est un losange puis montrer que l'aire de ce losange est égale à $\frac{\sqrt{6}}{2}$.

b) Déterminer une équation cartésienne du plan (DIJ).

c) Soit M le point de $[EF]$ *tel que* $\overrightarrow{EM}=\frac{1}{4}\overrightarrow{EF}$. Déterminer l'aire de l'intersection de la pyramide EDIFJ avec le plan parallèle au plan (DIF) passant par M.

d) Calculer le volume de pyramide EDIFJ.

2) Soit Δ la droite passant par E et orthogonale au plan (DIJ).

a) Montrer que $K\in\Delta$. b) Déterminer les coordonnées du point d'intersection L de Δ et (DIJ).

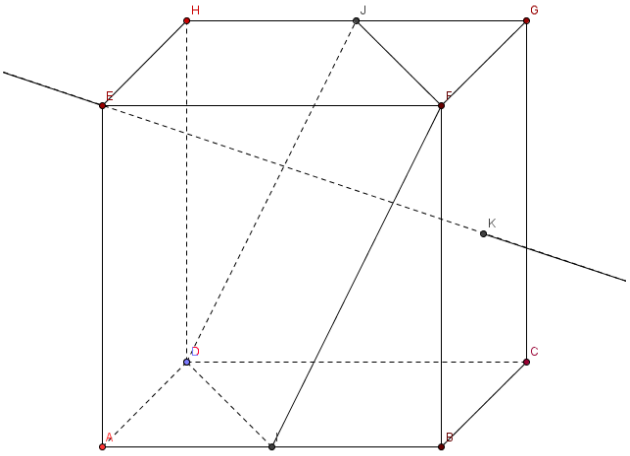
c) Vérifier que L est le centre de gravité du triangle BEG.

3) Soit S l'ensemble des points de l'espace dont les coordonnées vérifient : $x^2+y^2+z^2-2x-y-z+\frac{4}{3}=0$.

a) Vérifier que S est une sphère dont on précisera le centre et le rayon.

b) Montrer que L est un point de S. Quelle propriété géométrique relative à S et au plan (DIJ) peut-on déduire de ce dernier résultat ?

Exercice N°16 1) a) Dans le repère $\left(A,\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE}\right)$ on a A(0,0,0) ; B(1,0,0) ; C(1,1,0) ; D(0,1,0) ; E(0,0,1) ; F(1,0,1) ; G(1,1,1) et H(0,1,1). I=A*B donc $I\left(\frac{1}{2},0,0\right)$; J=G*H donc $J\left(\frac{1}{2},1,1\right)$; K=B*G donc $K\left(1,\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$



$\left.\begin{array}{l}\overrightarrow{DI}\begin{pmatrix}\frac{1}{2}\\-1\\0\end{pmatrix}\ et\ \overrightarrow{JF}\begin{pmatrix}\frac{1}{2}\\-1\\0\end{pmatrix}\Rightarrow\overrightarrow{DI}=\overrightarrow{JF}\\ On\ \overrightarrow{DJ}\begin{pmatrix}\frac{1}{2}\\-1\\0\end{pmatrix}\ donc\ DI=DJ=\frac{\sqrt{5}}{2}\end{array}\right\}$ d'où DIFJ est un losange.

L'aire du losange DIFJ est $A=\frac{IJ\times DF}{2}$. On a $IJ=\sqrt{1+1}=\sqrt{2}$ *et* $DF=\sqrt{3}$ *donc* $A=\frac{\sqrt{6}}{2}.ua$.

b) un vecteur normal à (DIJ) est $\vec{n}=\overrightarrow{DI}\wedge\overrightarrow{DJ}$, $x_{\vec{n}}=\begin{vmatrix}-1&0\\0&1\end{vmatrix}=-1$, $y_{\vec{n}}=\begin{vmatrix}0&1\\\frac{1}{2}&\frac{1}{2}\end{vmatrix}=-\frac{1}{2}$ *et* $z_{\vec{n}}=\begin{vmatrix}\frac{1}{2}&\frac{1}{2}\\-1&0\end{vmatrix}=\frac{1}{2}$ donc

$\vec{n}\begin{pmatrix}-1\\-\frac{1}{2}\\\frac{1}{2}\end{pmatrix}\ d'où\ (DIJ):-x-\frac{1}{2}y+\frac{1}{2}z+d=0\ \ D\in(DIJ)\ donc\ \frac{-1}{2}+d=0\ d'où\ d=\frac{1}{2}$. Conclusion : (DIJ) :2x+y-z-1=0.

c) on a : $\overrightarrow{EM}=\frac{1}{4}\overrightarrow{EF}\ donc\ M=h_{\left(E,\frac{1}{4}\right)}(F)$. Le plan parallèle à (DIJ) passant par M coupe le pyramide EDIFJ suivant un losange L qui est l'image du losange DIFJ par l'homothétie $h_{\left(E,\frac{1}{4}\right)}$. L'aire du losange intersection L est égal à $\left(\frac{1}{4}\right)^2\times$(l'aire de DIEJ) donc $A(L)=\left(\frac{1}{4}\right)^2\times\frac{\sqrt{6}}{2}=\frac{\sqrt{6}}{32}.ua$.

Devoir.th
Toutes les matières, tous les niveaux...